

Qualitative Modellierung der monokontexturalen Semiotik

1. Die drei Fundamentalkategorien der Peirceschen Semiotik (M, O, I) können nach Bense (1981, S. 17) als Primzeichen aufgefaßt werden, da sie in ihrer kategorialen "Unteilbarkeit" mit den ersten zwei Primzahlen 2, 3 zuzüglich der (quasi-primen) 1 korrespondieren, d.h. die Unteilbarkeit der Primzahlen sowie der 1 durch eine von 1 und sich selbst verschiedene Zahl entspricht der Nicht-Darstellbarkeit der Kategorien durch andere Kategorien, weshalb sie ja bereits von Peirce als fundamentale Kategorien bezeichnet worden waren. Wegen der Korrespondenz der Primzeichen und der ersten Primzahlen (zuzüglich der 1) sowie der Korrespondenz von 1, 2, 3 mit dem Anfang der Folge der Peanozahlen gilt somit nach Bense (1975, S. 168 ff.) die vollständige Induktion, d.h. die Einbettung von (1, 2, 3) in \mathbb{N} ($1, 2, 3 \in \mathbb{N}$) sowohl für Primzahlen als auch für Primzeichen. (Daß für Primzeichen im Gegensatz zu natürlichen Zahlen $n = 3$ gilt, wird durch die [falsche, vgl. Toth 2007, S. 173 ff.] Peircesche Behauptung der Reduktibilität n -adischer auf 3-adische Relationen sanktioniert.) Kurz gesagt, gilt also die lineare Ordnung der natürlichen Zahlen, die man somit durch 1 sowie seine Nachfolger ausdrücken kann: 1, $N(1)$, $NN(1)$, $NNN(1)$, ... auch für die Primzeichen, d.h. die monadischen semiotischen Relationen.

2. Bereits in Toth (2012) wurde jedoch darauf hingewiesen, daß die dyadischen Subzeichen der Form (a.b) mit $a, b \in \{1, 2, 3\}$ einen nicht-anordbaren Körper darstellen, insofern jede dyadische Relation (a.b), falls $a < 3 \vee b < 3$, drei Nachfolger

$$N_1(a.b) = ((a+1).b)$$

$$N_2(a.b) = (a.(b+1))$$

$$N_3(a.b) = ((a+1).(b+1)),$$

besitzt, die sich nicht linearisieren lassen, da die Subzeichen im Gegensatz zu den Primzeichen eben flächige Zeichen sind. Die triadischen (vollständigen)

Zeichenrelationen der Form $((a.b), (c.d), (e.f))$, die also als Konkatenationen von dyadischen Subzeichen darstellbar sind, sind somit 3-dimensionale, d.h. räumliche Zeichen und entsprechen damit formal den Quaternionen, die natürlich ebenso wie die formal den komplexen Zahlen entsprechenden Subzeichen ebenfalls nicht anordbar sind:

Primzeichen	R^1	natürliche Zahlen
Subzeichen	R^2	komplexe Zahlen
Zeichen	R^3	Quaternionen

Somit ist also eine Zeichenklasse, sofern sie mindestens ein Subzeichen $(a.b)$ enthält, genau dann bereits ein Nachfolger einer anderen Zeichenklasse, falls diese mindestens ein Subzeichen $(c.d)$ mit $(a < b \text{ oder } c < d)$ enthält. Z.B. gilt also nicht nur

$$(3.2 \ 2.2 \ 1.2) = N(3.1 \ 2.1 \ 1.1),$$

sondern z.B. auch

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.3) = N(3.2 \ 2.2 \ 1.2), \text{ usw.}$$

3. Überträgt man nun die lineare Ordnung der Primzeichen, d.h. monadischen Relationen (bzw. der Peanozahlen) auch auf die Subzeichen, d.h. dyadischen Relationen und die Zeichen, d.h. triadischen Relationen, so bekommt man

$$(a.b) \rightarrow \{(a^1.b^1), (a^2.b^2), (a^3.b^3), \dots, (a^n.b^n)\}$$

und auf die Primzeiche selbst angewandt $(a \in \{1, 2, 3\} \subset \mathbb{N})$

$$a \rightarrow \{a^1, a^2, a^3, \dots, a^n\}$$

d.h. die durch die vollständige Induktion garantierte Eindeutigkeit der Nachfolger (bzw. Vorgänger) und die dadurch ermöglichte lineare Ordnung, die ihrerseits die absolute Quantität der betreffenden Arithmetik sanktioniert, wird zugunsten einer Mehrdeutigkeit aufgeboben, welche qualitative Strukturdifferenzierungen jeder Zahl bzw. jedes Zeichens eröffnet. Die Anwendung der vollständigen Induktion auf die Zahl selbst, d.h. der Ersatz eines Folgengliedes durch eine Folge (und somit die Umwandlung der Peano-Folge in eine

Meta-Folge) stellt damit einen rein arithmetischen (d.h. nicht wie bei Günther 1979, S. 241 ff. von den logischen Wertefolgen abstrahierter) Zugang zur polykontexturalen Modellierung der monokontexturalen triadischen Semiotik dar. Der Übergang von

$$\left(\begin{array}{l} a \rightarrow \{a^1, a^2, a^3, \dots, a^n\} \\ (a.b) \rightarrow \{(a^1.b^1), (a^2.b^2), (a^3.b^3), \dots, (a^n.b^n)\} \end{array} \right)$$

zu den Proto-, Deutero- und Trito-Strukturen einer bestimmten Kontextur kann dann wie üblich durch die in den drei Schadach-Theoremen definierten drei Abbildungs-Äquivalenzen beschrieben werden (vgl. Schadach 1967).

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 2. Hamburg 1979

Schadach, Dieter J., A Classification of Mappings. BCL Report No. 2/2. Department of Electrical Engineering, Univ. of Illinois, Urbana, Illinois 1967

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Triadische Trito-Nachfolger. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

3.5.2012